Statisztikus egyenlőtlenségek elméletén alapuló QoS útvonalkeresés hiányos linkinformáció esetén

Végső Csaba (1), Dr. Levendovszky János (1), Rétvári Gábor (2)
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
(1) Híradástechnikai Tanszék,
(2) Távközlési és Telematikai Tanszék,
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/D.
vegsocs@hit.hit.bme.hu

Összefoglalás

A cikk egy újszerű QoS (Quality of Service, szolgáltatási minőség) útvonal-választási algoritmust javasol csomagkapcsolt hálózatok számára, amely a tradicionális algoritmusoknál hatékonyabb hálózat kihasználást eredményez. Az új algoritmus képes az optimális útvonal közelítésére egy olyan környezetben is, ahol nem áll rendelkezésre teljes információ a linkek aktuális állapotára (link késleltetés, rendelkezésre álló sávszélesség stb.) vonatkozóan. A cikk az optimális útvonal approximálására a jól ismert Chernoff egyenlőtlenséget alkalmazza. A jelenlegi szabványokban rögzített metódusokhoz képest a linkmértékek valószínűségi változókként való kezelésével a minőségi szolgáltatást megkövetelő igények számára megfelelőbb útvonalat képes biztosítani. Az aktuális linkértékekre vonatkozó hiányos információt elsősorban éppen ezen szabványok által bevezetett információ aggregálás eredményezi. Az ismertetésre kerülő algoritmusok segítségével a hiányos információs környezetben történő valós idejű útvonalválasztás válik lehetővé, így a forgalmi folyamok számára előre definiált minőségi paramétereket (end-to-end késleltetés, jitter) lehet biztosítani.

Kulcsszavak: QoS útvonal-választás, Chernoff egyenlőtlenség

1 Bevezetés

A csomagkapcsolt hálózatok területén a jelenlegi egyik legnagyobb kihívás a minőségi paramétereket biztosító útvonal(ak) keresési mechanizmusának a kidolgozása. Sok esetben a feladat adott end-to-end késleltetésű és sávszélességű útvonalak keresését jelenti [2,3,5]. Ezek eredményeképpen, a QoS útvonalkeresés az eltérő minőségű útvonalak halmaza feletti optimalizálási feladatként fogható fel. Sajnos ezen feladat általános esetben nem polinomiális, azaz nem redukálható a legrövidebb útvonal keresésének problémájára, amelyre léteznek polinomiális komplexitással rendelkező algoritmusok (Dijkstra, Bellmann-Ford). Bizonyítható, hogy a link minőségi paramétereinek valószínűségi változókként való értelmezésével az útvonalkeresés NP nehéz feladattá válhat [5]. Ebben az esetben azonban a cél már azon útvonal kiválasztása, amely a legnagyobb valószínűséggel biztosítja az előre definiált minőségi paramétereket. A továbbiakban az ezen típusú útvonal-választási feladatot MLPS (Maximum Likely Path Selection, maximális valószínűségű útvonal választása) eljárásnak nevezzük. Az MLPS a tradicionális additív mértékek szerinti optimalizálás helyett nemlineáris gráf-optimalizálási feladathoz vezet.

A link paramétereinek valószínűségi változókként való értelmezésének a szükségessége a (i) a jelenlegi szabványokban (OSPF, PNNI) helyet foglaló információ aggregálásból [1,4] (ahol a hálózat távoli komponenseire vonatkozó link információkról csak egy átlagos érték áll rendelkezésre), valamint (ii) a linkek paramétereinek folyamatos, véletlenszerű változásából ered (azok értékét mindig az aktuális forgalmi viszonyok határozzák meg). Mindkét esetben - mivel a paraméterek pontos értéke nem ismert - az útvonal-választási algoritmusoknak hiányos információval kell működnie, amely során a cél azon útvonal megtalálása, amely a minőségi kritériumo(ka)t maximális valószínűséggel elégíti ki.

2 Útvonalválasztás hiányos link információk esetén

A probléma modellezése érdekében tételezzük fel, hogy adottak a következő mennyiségek:

- $G(V,E)$ gráf, a hálózati topológia (ahol V a G gráf csomópontjainak, E a G gráf éleinek a halmazát jelöli);
- $\forall(u,v)\in E$ link ($u,v\in V$) esetén a minőségi paramétert leíró $\delta_{(u,v)}$ valószínűségi változó (pl. a rendelkezésre álló sávszélesség, késleltetés), amelynek eloszlásfüggvénye $F_{(u,v)}(x)=P(\delta_{(u,v)}<x)$;
- end-to-end QoS kritérium, pl.
    - $\min_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}\geq A$ a sávszélességre ($[A]=Hz$) vagy
    - $\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}<T$ end-to-end késleltetésre ($[T]=\sec$)

  vonatkozó követelmény esetén;

Ezen mennyiségeket alapul véve a cél azon $\widetilde{\mathrm{R}}$ optimális útvonal megkeresése, amely legnagyobb valószínűséggel biztosítja az adott QoS kritériumot, nevezetesen:

$$\widetilde{R}:\max_{\mathrm{R}} P\left(\min_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}\geq A\right)\quad (1a)\quad \text{vagy}\quad \widetilde{R}:\max_{R} P\left(\sum\nolimits_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}<T\right)\quad (1b)\ .$$

Az (1.a) esetben δ un. "bottleneck" (ahol az útvonal minőségét a minimális minőségű link határozza meg, pl. rendelkezésre álló sávszélesség), míg a második esetben additív típusú (ahol az útvonal minőségét az útvonalhoz tartozó linkek minőségének az összege határozza meg, pl. késleltetés, késleltetés ingadozás) linkmetrikát jelent. A fentiekben bevezetett $\widetilde{R}$ útvonalra a továbbiakban az MLP (Most Likely Path, legvalószínűbb útvonal) jelölés vonatkozik. Additív metrika alapján történő útvonalkeresés esetén a fenti problémára, mint ARII utalunk (Additive Routing with Incomplete Information, additív routing hiányos információ alapján).

Köztudott, hogy a legrövidebb útkeresés (SPR, Shortest Path Routing) polinomiális komplexitással megoldható feladat. Léteznek erre alkalmas metódusok, például a Dijkstra vagy a Bellmann-Ford algoritmus. Ezért az MLP feladatnak SPR feladattá történő konvertálása ekvivalens az MLP feladatnak polinomiális időben történő megoldhatóságának a bizonyításával. A következő tétel azt bizonyítja, hogy a bottleneck típusú metrikán alapuló MLP probléma egyszerűen megoldható tradicionális SPR algoritmusok segítségével.

Tétel 1: *A hálózat linkjeinek függetlenségét feltételezve az* $\widetilde{R}:\max_R P\left(\min_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}\geq A\right)$ *optimalizálási feladat ekvivalens azon legrövidebb útkeresési probléma megoldásával, ahol minden* $(u,v)\in E$ *linkhez a*

$$\mu_{(u,v)}=-\log P\left(\delta_{(u,v)}\geq A\right)=-\log\left\{1-F_{(u,v)}(A)\right\}$$

mennyiség van rendelve, mint link mérték.

Bizonyítás: Keressük a $\widetilde{R}:\max_R P\left(\min_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}\geq A\right)$ útvonalat, amely ekvivalens az $\widetilde{R}:\max_R P\left(\cap_{(u,v)\in R}\left\{\delta_{(u,v)}\geq A\right\}\right)$ megoldásával. A linkenként független valószínűségi változókat feltételezve $P\left(\cap_{(u,v)\in R}\left\{\delta_{(u,v)}\geq A\right\}\right)=\prod_{(u,v)\in R}P\left(\delta_{(u,v)}\geq A\right)$, azaz az eredeti (1.a) probléma felírható a következő formában $\widetilde{R}:\min_R \sum_{(u,v)\in R}-\log P\left(\delta_{(u,v)}\geq A\right)$. Ebből eredően $(u,v)\in E$ linkekhez $\mu_{(u,v)}:=-\log P\left(\delta_{(u,v)}\geq A\right)$ mértéket rendelve az MLP útvonalválasztás valóban megoldható SPR feladatként. Q.E.D.
Azonban, ha az útvonalkeresés során a link mérték a késleltetés (additív típusú metrika), akkor a QoS útvonalválasztás nem polinomiális feladattá alakul, mint ahogy azt a következő tétel kimondja.

Tétel 2 (Guerin at al)**:** *Az ARII feladatra vonatkozó optimális*

$$\widetilde{R}:\max_R P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}<T\right)$$

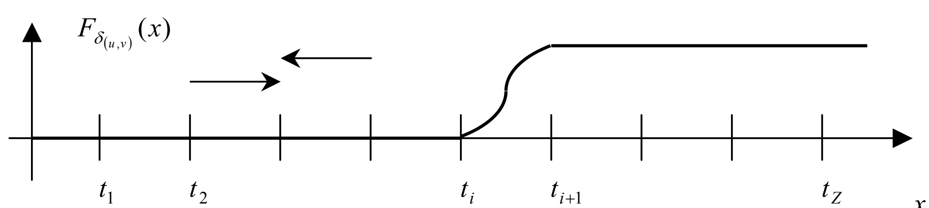
megoldás megtalálása általános esetben NP nehéz probléma.

A bizonyítás azon alapul, hogy már az $\widetilde{R}:P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)}<T\right)>\xi$ feladat megoldásának a megkeresése is NP nehéz (minden $0<\xi<1$ érték esetén). A bizonyításra vonatkozó részletesebb információért, lásd [5]. A fentiekből eredően a továbbiakban a célunk olyan korlátozó feltételek bevezetése, amelyek teljesülése esetén az (1.b) optimalizálási probléma polinomiális komplexitással megoldható feladattá válik, mindamellett az eredeti probléma jellegzetességeit megtartja (pl. valós hálózati viszonyok esetén előnyős megoldásokat kínál).

3 Additív metrikán alapuló új routing algoritmus hiányos link információ esetén

A nagy eltérések elméletén alapuló QoS útvonal-választási algoritmus a legnagyobb valószínűségű útvonal keresését "farokeloszlás" becslési problémává (tail estimation problem) alakítja. Tegyük fel, hogy routerek a következő módon hirdetik meg a hozzá tartozó linkek késleltetését többi router számára:

- A link késleltetések lehetséges értéktartománya egy $D=\{t_i, i=1,...,Z\}$ rácshálózattal vannak lefedve.
- Minden egyes pillanatban, ha az (u,v) link aktuális késleltetése meghaladja a t_i értéket a megfelelő router meghirdeti ezen értéket a többi router számára, mint az (u,v) aktuális késleltetését.



Ábra 1. A link késleltetésének meghírdetési metódusa és a hozzá kapcsolódó valószínűségi modell

Ebből következik, hogy minden egyes router számára minden egyes pillanatban csak az az információ áll rendelkezésre az (u,v) link késleltetésére vonatkozóan, hogy az valahol a (t_i, t_{i+1}) tartományon belül helyezkedik el, azaz $\delta_{(u,v)} \in (t_i, t_{i+1})$. Nyilvánvalóan a meghirdetésre használt jelzési sávszélesség szoros összefüggésben van az alkalmazott $D = \{t_i, i = 1, ..., Z\}$ rácshálózat felépítésével, azaz t_i rácspontok számával (Z) és a rácspontok elhelyezkedésével. Növelve a rácspontok közötti távolságot csökken a link késleltetések meghirdetéséhez szükséges sávszélesség, viszont csökken az aktuális linkkésleltetésekre vonatkozó információ mennyisége is, hiszen azok nagyobb intervallumokon belül helyezkedhetnek el. Ugyanezen megfontolásból csökkentve a rácspontok közötti távolságot csökken a routerek tábláiban tárolt információ bizonytalansága (pontosabb útvonalválasztás végezhető el), viszont nő a link késleltetések meghirdetéséhez szükséges sávszélesség. Jelenlegi kutatásaink éppen ezzel a dilemmával kapcsolatosak, nevezetesen: hogyan határozható meg az az optimális rácshálózat, amely esetén a lehető legpontosabb útvonalválasztás végezhető el, azzal a kényszer-feltétellel, hogy a jelzési sávszélesség még egy bizonyos korlát alatt marad. A továbbiakban azonban nem foglalkozunk ezzel a problémával, feltételezzük, hogy a D rácshálózat adott.

Ezen előfeltételeken alapulva egy új algoritmust vezetünk be, amely képes az MLP (1.b) polinomiális időben történő approximálására a statisztikai egyenlőtlenségnek az R útvonalon előálló un. aggregált késleltetés farokeloszlás becslésére történő alkalmazásával.

Tétel 3: *A hálózat linkjeinek függetlenségét feltételezve a logaritmikus momentum generáló függvény*

$$\mu_{(u,v)}(s) = \ln E\left(e^{s\delta_{(u,v)}}\right) = \ln \int_{-\infty}^{\infty} f_{(u,v)}(x) e^{sx} dx \quad \forall s > 0, \tag{2}$$

alkalmazásával az ARII probléma SPR feladattá redukálható a következő additív, determinisztikus metrika alapján

$$\kappa_{(u,v)} := \mu_{(u,v)}(\tilde{s}), \text{ ahol } \tilde{s} : \inf_s \sum_{(u,v)\in\tilde{R}} \mu_{(u,v)}(s) - sT. \tag{3}$$

Bizonyítás: A fentiek szerint azon útvonal meghatározása, amely maximalizálja a $P\left(\sum_{(u,v)\in R} \delta_{(u,v)} < T\right)$ azaz a $1 - P\left(\sum_{(u,v)\in R} \delta_{(u,v)} > T\right)$ valószínűséget, ekvivalens azon útvonal meghatározásával, amely minimalizálja a $P\left(\sum_{(u,v)\in R} \delta_{(u,v)} > T\right)$ valószínűséget. Az utóbbi valószínűség viszont felülről becsülhető pl. a Chernoff egyenlőtlenség segítségével

$$P\left(\sum_{(u,v)\in R} \delta_{(u,v)} > T\right) \le e^{\mu_R(s) - sT}, \tag{4}$$

ahol a $\mu_R(s)$ az R útvonal aggregált késleltetésének logaritmikus momentum generáló függvénye, amely linkenként független valószínűségi változókat feltételezve egyszerűen számítható $\mu_R(s) = \sum_{(u,v)\in R} \mu_{(u,v)}(s)$. Emiatt az (1.b) optimális megoldás ($\tilde{R}$) a következőképpen approximálható

$$\hat{R} : \min_R e^{\sum_{(u,v)\in R} \mu_{(u,v)}(s) - sT} \quad \text{azaz } \hat{R} : \min_R \sum_{(u,v)\in R} \mu_{(u,v)}(s). \tag{5}$$

Az utolsó minimalizálási probléma viszont már egy SPR feladat a $\mu_{(u,v)}(s)$ linkmértékek szerint. ■

A fenti metódusra a továbbiakban "Egyszerű Chernoff Algoritmus" néven utalunk (ahol az útvonalat a Chernoff egyenlőtlenség alapján, adott s érték mellett keressük). A (5) SPR feladat megoldása azonban csak aszimptotikusan optimális megoldása lesz az eredeti (1.b) problémának, hiszen az eredeti célfüggvény helyett egy arra vonatkozó felső korlátot minimalizálunk. Továbbá, mivel

$$P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} > T\right) \le e^{\mu_R(s)-sT} \Rightarrow P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} < T\right) > 1-e^{\mu_R(s)-sT} \tag{6}$$

a QoS követelmény legalább $1-\varepsilon$ valószínűséggel teljesül, ha $\varepsilon = e^{\mu_R(s)-sT}$. Az "Egyszerű Chernoff Algoritmus" mérnöki szempontból tehát igen hasznos.

A következő cél a fenti algoritmus hatékonyságának javítása érdekében azon optimális s érték ($\hat{s}$) meghatározása, amely a legélesebb (4) felső korlátot biztosítja. Amint látható, $\hat{s}$ magától az R útvonaltól a függ. Következésképpen, valamilyen s_1 értéket választva és elvégezve a (5) legrövidebb út-keresést rossz megoldást kaphatunk, hiszen valamely s_2 érték teljesen más útvonalat eredményezett volna (amely esetleg sokkal jobb minőségű útvonal). Ezen probléma elkerülése érdekében a legkézenfekvőbb megoldást a következő *"Kimerítő-s Algoritmus"* jelentheti.

1. Definiáljunk egy $S = \{s_i, s_i > 0,\ i = 1,...,M\}$ rácshálózatot az s lehetséges értékei felett
2. Vegyük $s_i \in S$.
   - 2.1 Végezzük el az SPR - t a Bellmann - Ford vagy a Dijkstra alkalmazásával a következő linkmértékek szerint $\mu_{(u,v)}(s_i) := \ln E\left(e^{s_i\delta(u,v)}\right)$
   - 2.2 A kapott $\hat{R}_i$ útvonal alapján határozzuk meg az optimális s paramétert
     $\hat{s}_i : \sum_{(u,v)\in\hat{R}_i} \frac{d\mu_{(u,v)}(s)}{ds} = T$ és számoljuk ki az általa biztosított felső határt
     $$B_i := e^{\sum_{(u,v)\in\hat{R}_i}\mu_{(u,v)}(\hat{s}_i)-\hat{s}_i T}$$
   - 2.3 $i = i+1$ és vissza a 2. pontra. .
3. Keressük meg azt az útvonalat, amely a legkisebb felső határhoz tartozik
   $\hat{R}_j : \min_{\hat{R}_i} e^{\sum_{(u,v)\in\hat{R}_i}\mu_{(u,v)}(\hat{s}_i)-\hat{s}_i T}$ $\quad i = 1,..., \mathrm{M}$

Nyilvánvaló, hogy az algoritmus komplexitása $O\left(M|V|^2\right)$, amely az s paraméter lehetséges értékei felett elhelyezett rácshálózat felbontásának megfelelő finomításával (M növelésével) hatalmas lehet. Továbbá, mivel az s paraméter bármilyen pozitív értéket felvehet, de az általunk rögzített S rácshálózat csak véges számú pontot tartalmaz, elvéthetjük a legjobb minőségű megoldást azáltal, mivel figyelmen kívül hagyunk néhány s értéket.

4 Rekurzív módszeren alapuló útvonalválasztó algoritmus az optimális útvonal approximálására

Az algoritmus numerikus komplexitása csökkenthető ha ekvidisztáns D rácshálózatot tételezünk fel a link késleltetések lehetséges tartományán. Tegyük fel továbbá, hogy a késleltetés minden (t_i, t_{i+1}) intervallumon ugyanazon diszkrét eloszlással írható le, azaz

$$P\left(\delta_{(u,v)} = a_{(u,v)} + m\Delta\right) = P_m\,, \tag{7}$$

ahol $m=-M,-M+1,...,-1,0,1,...,M-1,M$, $\delta_{(u,v)} \in (t_i, t_{i+1})$ és $\Delta := \frac{t_{i+1}-t_i}{2M}$. A (7) kifejezésben $a_{(u,v)} = \frac{t_i + t_{i+1}}{2}$ az $(u,v) \in E$ link késleltetésének utolsó meghirdetése után lehetséges késleltetés-tartomány közepét jelenti. Ekkor a $\mu_{(u,v)}(s)$ a következő módon határozható meg

$$\mu_{(u,v)}(s) = \ln\left(\sum_{m=-M}^{M} P_m e^{s\left(m\Delta + a_{(u,v)}\right)}\right), \text{ azaz } \mu_{(u,v)}(s) = sa_{(u,v)} + \mu(s) \tag{8}$$

ahol

$$\mu(s) := \ln\left(\sum_{m=-M}^{M} P_m e^{sm\Delta}\right) \tag{9}$$

egy link független általános logaritmikus momentum generáló függvényt jelent. A fenti feltételezést alapul véve a következő tétel fogalmazható meg.

Tétel 4: *A hálózat linkjeinek függetlenségét feltételezve adott QoS kritérium és R útvonal esetén a legélesebb felső határ a következőképpen érhető el*

$$P\left(\sum_{(u,v)\in R} \delta_{(u,v)} > T\right) \le e^{\sum_{(u,v)\in R} \mu_{(u,v)}(\hat{s}) - \hat{s}T}, \text{ ahol } \hat{s} = \mu'^{-1}\left(\frac{T - \sum_{(u,v)\in R} a_{(u,v)}}{|R|}\right) \tag{10}$$

az ezen legélesebb felső határt biztosító s értéket jelenti. A (10) összefüggésben $\mu'^{-1}(x)$ a $\mu(s)$ link független logaritmikus momentum generáló függvény deriváltjának az inverzét, míg $|R|$ az R útvonal hosszát jelöli.

Bizonyítás: A legélesebb felső határ elérése érdekében az s paramétert a következőképpen kell optimalizálnunk:

$$\hat{s} : \inf_s \left(\sum_{(u,v)\in R} \mu_{(u,v)}(s) - sT\right). \tag{11}$$

Bizonyított, hogy a $\mu(s)$ logaritmikus momentum generáló függvénynek egyetlen minimuma van az s függvényében [11], tehát $\hat{s}$ meghatározható a $\sum_{(u,v)\in R} \mu_{(u,v)}(s) - sT$ kifejezés differenciálásával, azaz

$$\hat{s} : \sum_{(u,v)\in R} \frac{d\mu_{(u,v)}(s)}{ds} = T. \tag{12}$$

Figyelembe véve, hogy $\mu_{(u,v)}(s) = sa_{(u,v)} + \mu(s)$, a (12) eredményeképpen $\sum_{(u,v)\in R} \mu'(\hat{s}) = T - \sum_{(u,v)\in R} a_{(u,v)}$ összefüggés kapható meg, amelyből

$$\hat{s} = \mu'^{-1}\left(\frac{T - \sum_{(u,v)\in R} a_{(u,v)}}{|R|}\right). \blacksquare \tag{13}$$

A 4. tétel alapján egyszerűen meghatározható az R útvonalhoz tartozó optimális $\hat{s}$ paraméterérték. Az $\hat{s}$ paraméterértéknek az R útvonaltól való függésének az érzékeltetése érdekében a következőekben az $\hat{s}(R)$ jelölést alkalmazzuk.

Az s paraméter egyszerű optimalizálásából fakadóan egy új *"Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus"*-nak nevezett útvonal-választási algoritmus fogalmazható meg. Az algoritmus neve annak működéséből ered: adott s érték mellett meghatározzuk az $\hat{R}(s)$ optimális útvonalat, majd ezen útvonal alapján meghatározzuk a legélesebb felső korlátot biztosító $\hat{s}(\hat{R})$ optimális paraméterértéket majd ezen érték alapján új útvonalat keresünk. Az algoritmus működése a következő:

Inicializálás: $k = 0; \hat{s}_0 = a$;
Rekurzió:
amíg *TRUE*
{
$\hat{R}_k : \min_R \{\mu_R(\hat{s}_k) - \hat{s}_k T\}$
ha $\hat{R}_k = \hat{R}_{k-1}$ akkor kilépés az $\hat{R}_k$ útvonallal és $\exp\{\mu_{\hat{R}_k}(\hat{s}_k) - \hat{s}_k T\}$ felső határral
egyébként ha $T \geq \sum_{(u,v)\in\hat{R}_k} a_{(u,v)} + |\hat{R}_k| M\Delta$ akkor kilépés az $\hat{R}_k$ útvonallal és az 1.0 felső határral
egyébként ha $T \leq \sum_{(u,v)\in\hat{R}_k} a_{(u,v)} - |\hat{R}_k| M\Delta$ akkor kilépés az $\hat{R}_k$ útvonallal és a 0.0 felső határral
egyébként
{
$\hat{s}_{k+1} : \min_s \{\mu_{\hat{R}_k}(s) - sT\}$
$k = k + 1$
}
}

Mint az algoritmus működéséből kiderül az egyes lépésekben vagy az útvonal minősége (adott s esetén megtaláljuk az $\hat{R}$-t) vagy az útvonalra vonatkozó felső határ minősége javul (adott útvonal esetén meghatározzuk az $\hat{s}$ optimális értéket). Ebből következik, hogy a rekurzív jellegből következően az aktuális megoldás minőségét mindig javítjuk. Az algoritmus leáll, ha a következő feltétel teljesül:

$$\hat{R}_{k+1}(\hat{s}_{k+1}) = \hat{R}_k(\hat{s}_k), \text{ ahol } \hat{s}_{k+1} : \min_s \{\mu_{\tilde{R}_k}(s) - sT\},$$

ami azt jelenti, hogy adott $\hat{s}_k$ esetén kapott $\hat{R}_k$ optimális útvonal megegyezik azzal az útvonallal, amelyet az optimalizált $\hat{s}_{k+1}(\hat{R}_k)$ érték alapján kapunk.

A *"Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus"* leírásában megtalálható különböző leállási feltételek a Chernoff egyenlőtlenség által az R útvonal esetén garantált felső határ és a T QoS kritérium közötti összefüggésből ered. Ezen összefüggés alapján a következő feltételeket kell megfogalmaznunk.

	Feltétel	$P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} < T\right)$ where $\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} \in \left[\sum_{(u,v)\in R}a_{(u,v)} - \lvert R\rvert M\Delta, \sum_{(u,v)\in R}a_{(u,v)} + \lvert R\rvert M\Delta\right]$
C1	$T \leq \sum_{(u,v)\in R}a_{(u,v)} - \lvert R\rvert M\Delta$	Nyilvánvalóan, ebben az esetben $P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} < T\right) = 0$.
C2	$E\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} < T < \sum_{(u,v)\in R}a_{(u,v)} + \lvert R\rvert M\Delta$	$P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} < T\right) = 1 - P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} > T\right)$
C3	$T \geq \sum_{(u,v)\in R}a_{(u,v)} + \lvert R\rvert M\Delta$	Nyilvánvalóan, ebben az esetben $P\left(\sum_{(u,v)\in R}\delta_{(u,v)} < T\right) = 1$.

Az algoritmus stabilitásának a bizonyítása érdekében vezessük be az $\alpha(s,R)=\mu_R(s)-sT$ kifejezést és alkalmazzuk a Ljapunov stabilitási kritériumot. Az algoritmus stabil, ha

- $\alpha(s_k,R_k)$-nak létezik globális alsó határa, azaz $\exists |L|<\infty$, hogy $\alpha(s_k,R_k)\geq L \quad \forall k\geq 0$.
- $\alpha(s,R)$ a rekurzió folyamán, az egyensúlyi pontoktól eltekintve szigorúan monoton csökken $\alpha\left(\hat{s}_k,\hat{R}_k\right)\geq \alpha\left(\hat{s}_{k+1},\hat{R}_k\right)\geq \alpha\left(\hat{s}_{k+1},\hat{R}_{k+1}\right) \quad \forall k\geq 0$.

Tétel 5: *A "Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus" Ljapunov értelemben stabil.*

Bizonyítás: Az algoritmusból látható, hogy a második feltétel minding teljesül, mivel

$$\alpha\left(\hat{s}_k,\hat{R}_k\right)\geq \alpha\left(\hat{s}_{k+1},\hat{R}_k\right)\geq \alpha\left(\hat{s}_{k+1},\hat{R}_{k+1}\right).$$

Az első feltétel teljesülése érdekében $\alpha(s,R)$-re vonatkozóan a következő alsó határ vezethető be:

$$\alpha(s,R)=\sum_{(u,v)\in R} sa_{(u,v)}+|R|\mu(s)-sT=\sum_{(u,v)\in R} sa_{(u,v)}+|R|\ln\left(\sum_{m=-M}^{M}P_m e^{sm\Delta}\right)-sT\geq$$

$$\geq \sum_{(u,v)\in R} sa_{(u,v)}+|R|\ln e^{-sM\Delta}-sT=\sum_{(u,v)\in R} sa_{(u,v)}-|R|sM\Delta-sT=s\left(\sum_{(u,v)\in R} a_{(u,v)}-|R|M\Delta-T\right) \tag{14}$$

Ha a C2 feltétel teljesül (szükséges feltétele a megoldás minőségének k -dik lépésben történő javításának), akkor $\sum_{(u,v)\in\hat{R}_k} a_{(u,v)}-\left|\hat{R}_k\right|M\Delta-T>-2\left|\hat{R}_k\right|M\Delta$ és (14) alapján

$$\alpha\left(\hat{s}_k,\hat{R}_k\right)>-2\hat{s}_k\left|\hat{R}_k\right|M\Delta\geq -2\hat{s}_k\left(|V|-1\right)M\Delta. \tag{15}$$

Az $\hat{s}_k$ érték számítása (11)-(13) szerint történik, ahol $\mu'(s)$ (9) alapján

$$\mu'(s)=\frac{\Delta\sum_{m=-M}^{M} mP_m e^{sm\Delta}}{\sum_{m=-M}^{M}P_m e^{sm\Delta}}=\frac{\Delta E\left\{me^{sm\Delta}\right\}}{E\left\{e^{sm\Delta}\right\}}. \tag{16}$$

A (16) kifejezésből könnyen belátható, hogy $\mu'(s)$ az s paraméter szigorúan monoton növekvő függvénye, továbbá $|\mu'(s)|<M\Delta$. Azaz $\mu'(s)$ invertálható és $\mu'^{-1}(s)$ véges értéket vesz fel a ($-M\Delta$, $M\Delta$) tartományon belül. Tehát,

$$\hat{s}_k=\mu'^{-1}\left(\frac{T-\sum_{(u,v)\in\hat{R}_k} a_{(u,v)}}{\left|\hat{R}_k\right|}\right)\leq \mu'^{-1}\left(T-\sum_{(u,v)\in E} a_{(u,v)}\right). \tag{17}$$

A (15) és (17) összefüggésekből, a következő alsó határ vezethető be:

$$\alpha\left(\hat{s}_k,\hat{R}_k\right)>-2\left(|V|-1\right)M\Delta\mu'^{-1}\left(T-\min_{(u,v)\in E} a_{(u,v)}\right),$$

ahol felhasználtuk, hogy $\alpha\left(\hat{s}_k,\hat{R}_k\right)$ a minimumát $\hat{s}_k$ maximumánál veszi fel. ■

A fenti tétel bizonyította az algoritmus stabilitását, annak optimalitását azonban eddig még nem vizsgáltuk. Ez a Ljapunov elmélet alapján a lokális minimumokban való megakadás lehetőségéből ered. Fontos megjegyezni, hogy itt optimalitáson az (5) feladat $\hat{R}$ megoldásának a megtalálását értjük, ami nyilvánvalóan nem egyezik meg az eredeti probléma (1.b) optimális ($\widetilde{R}$) megoldásával. Az analitikus kapcsolatok jelenlegi hiánya következtében, szimulációs fejezetben szereplő eredmények legfőbb célja éppen ezért a *“Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus“* által elérhető megoldás, a (5) feladat optimális megoldása és az eredeti (1.b) probléma optimális megoldása közötti minőségi kapcsolat analizálása valós hálózati méretek és paraméterértékek esetén.

5 Teljesítőképesség analízis

A fentiekben ismertetett *“Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus“* hatékonyságát saját fejlesztésű szimulációs programcsomag segítségével végeztük el. Az algoritmus által szolgáltatott szuboptimális megoldás minőségének vizsgálatára a következő mértékeket vezettük be. Az algoritmus hatékonyságát

- adott forgalmi szituáció (G), kezdő (s) és végpont (f), valamint QoS kritérium (T) mellett

$$\eta_{method}(G,s,f,T) = \frac{P\Big(\sum_{(u,v)\in R_{method}(s,f)} \delta_{(u,v)} < T\Big)}{P\Big(\sum_{(u,v)\in R_{exhaustive\ search}(s,f)} \delta_{(u,v)} < T\Big)} \tag{18}$$

- adott forgalmi szituáció (G), QoS kritérium (T) mellett az összes lehetséges kezdő (s) és végpont (f)

$$\eta_{method}(G,T) = \frac{1}{|V|^2 - |V|} \sum_{s\in E(G)} \sum_{f\in E(G),\, f\neq s} \eta_{method}(G,s,f,T) \tag{19}$$

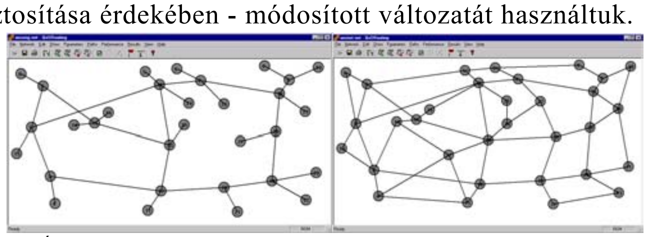
- a forgalmi szituációt ($G \in \Gamma$) és a QoS kritériumot véletlenszerűen generálva

$$\eta_{method} = \frac{1}{|\Gamma|} \sum_{G\in\Gamma} \eta_{method}(G,T) \tag{20}$$

alapján határoztuk meg, ahol $R_{method}(s,f)$ az s kezdő és az f végpont között a *“Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus“* által talált útvonalat ($\hat{R}$), míg $R_{exhaustive\,search}(s,f)$ az (1.b) kimerítő keresés segítségével meghatározott megoldását ($\widetilde{R}$) jelöli. Látható, hogy minél jobb az algoritmus által szolgáltatott megoldás minősége, annál közelebb kerül mindhárom mérték az 1 értékhez.

Szimulációs eredmények

A teljesítményanalízis során az ANSNET nemzetközi gerinchálózat topológiájának – a konnektivitás növelése és a pontok közötti többszörös utak létezésének a biztosítása érdekében - módosított változatát használtuk.



Ábra 2. Az ANSNET és az analízis során alkalmazott hálózati topológia

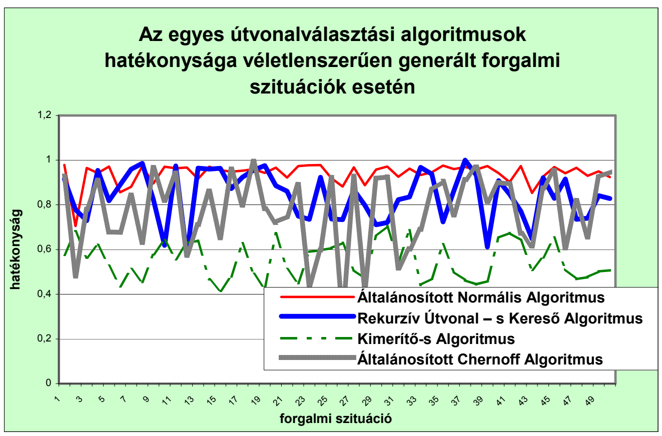
Ezen hálózati topológia mellett a link késleltetések, valamint a QoS kritérium értékeit a következő eloszlások alapján generáltuk [7,8].

Paraméter	Név	Érték
T	QoS kritérium	Egyenletes eloszlás $[30ms, 160ms]$

$\tau_{(u,v)}$	Csak a linkenkénti (t_i, t_{i+1}) intervallum generálására szolgál.	Egyenletes eloszlás $[0ms, 50ms]$
$\delta_{(u,v)}$	Link késleltetés a (t_i, t_{i+1}) -ben	Egyenletes eloszlás (t_i, t_{i+1}), $M = 5$
$t_{i+1} - t_i$	A linkkésleltetési értékeket lefedő rácshálózat felbontása.	$10ms$

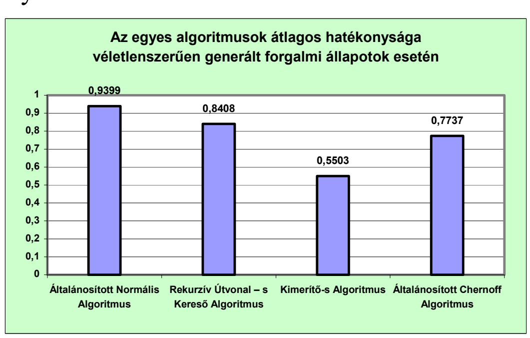
Táblázat 1. A szimuláció során használt paraméter értékek

Az 1. táblázatban feltüntett eloszlások alapján generálva az 2. ábrán látható hálózat linkjein a késleltetési értékeket a következő eredményeket kaptuk. A 3. ábra az egyes algoritmusok hatékonyságát (19) mutatja 50 véletlenszerűen generált forgalmi szituáció esetén. Látható, hogy a *"Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus"* sokkal jobb minőségű útvonalválasztást eredményez, mint a *"Kimerítő-s Algoritmus"* (ahol $S = \{0.5, 1.0, 1.5, ..., 5.0\}$). Az ábra a más algoritmusokkal való összehasonlítás érdekében két további metódus [3], az *"Általánosított Normális Algoritmus"* és az *"Általánosított Chernoff Algoritmus"* hatékonyságát is ábrázolja. Az *"Általánosított Normális Algoritmus"* az MLP-t Gaussi approximáció segítségével transzformálja SPR feladattá, majd azt egy módosított Bellmann-Ford algoritmus segítségével oldja meg. Az *"Általánosított Chernoff Algoritmus"* az itt ismertetett, Chernoff egyenlőtlenségen alapuló technikát alkalmazza MLP-re, de a legrövidebb út megtalálására az *"Általánosított Normális Algoritmus"* módosított Bellmann-Ford algoritmusához hasonló útkeresést végez.



Ábra 3. Az egyes algoritmusok hatékonysága a (19) teljesítmény-jellemző alapján

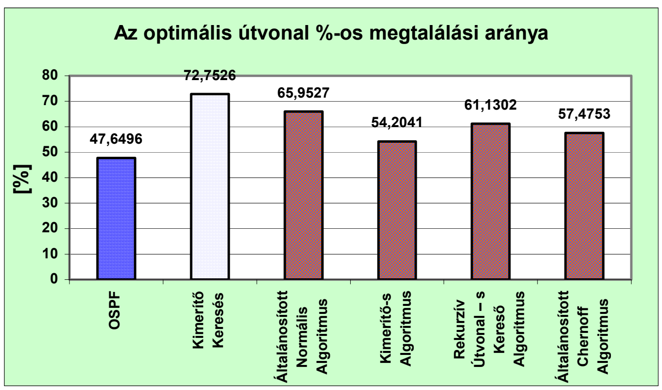
A 4. ábra a generált forgalmi állapotok felett végzett átlagolás eredményét mutatja (20) szerint, amelyből ugyancsak azt a következtetést lehet levonni, hogy a *"Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus"* egy hatásos alternatívát jelent az útvonalválasztásra hiányos link információk esetén.



Ábra 4. Az egyes algoritmusok hatékonysága a (20) teljesítmény-jellemző alapján

A fenti két ábra ugyan alátámasztja a bemutatott *“Rekurzív Útvonal Kereső – s Kereső Algoritmus“* hatásosságát, de nem mutatja meg valójában milyen előny származik az algoritmus alkalmazásából a jelenlegi szabványokban megfogalmazott, napjainkban használatos eljárásokkal szemben.

Az 5. ábra az egyes algoritmusok által a generált linkértékek szerint optimális útvonal (csak a szimuláció által ismert, hiszen ezen útvonal az útvonalválasztás pillanatában aktuális - a valóságban nem ismert - linkértékek alapján határozható meg) megtalálásának az arányát mutatja. Az ábrán feltüntetésre került az OSPF (R_{OSPF} : SPR a $t_i^{(u,v)}$ linkmérték szerint) által jelenleg elérhető arányszám is. Az ábra első oszlopa tehát azt mutatja, hogy az általunk generált 50 forgalmi konfiguráció esetén az OSPF csak az esetek 47,6496 százalékában találná meg az optimális útvonalat. Az ábrán a második (Kimerítő Keresés) oszlop azt mutatja, hány százalékban egyezett meg ezen optimális útvonal az (1.b) megoldásával (mivel az 1.b feladat NP nehéz, $\widetilde{R}$ csak kimerítő kereséssel található meg). Tehát valószínűségi linkmértékek és az ezen alapuló (1.b) útvonalválasztás segítségével ez az arányszám 72,7626 %-ra nőhetne, de ezen arányszám eléréséhez sajnos egy nem polinomiális komplexitású feladatot kellene megoldani. Mivel a fenti algoritmusainkban az (1.b) feladat $\widetilde{R}$ megoldását polinomiális komplexitású algoritmussal közelítettük, nyilvánvalóan ezen algoritmusok alkalmazásával kisebb arányszám érhető el (ezt mutatja az utolsó négy oszlop).



Ábra 5. Az optimális útvonal megtalálásának gyakorisága az egyes algoritmusok esetében

Az 5. ábra utolsó öt oszlopa alapján látható, hogy az útvonalválasztás során valószínűségi modellek felállításával a hálózat sokkal hatékonyabb (az OSPF-hez képest) kihasználása válik lehetővé. Nyilvánvalóan ezen modellek segítségével az OSPF, PNNI szabványokkal szemben akkor érhető el igazán jelentős előny, ha szigorú megkötések vannak a hálózatban jelzési célok érdekében felhasználható sávszélességre vonatkozóan. Ez a mi esetünkben azt jelenti, hogy a $t_{i+1} - t_i$ nem lehet a lehetséges linkkésleltetési értékek tartójához képest egy relatívan kis érték. Az rácshálózat felbontását növelve (ezzel együtt a hálózatban rendelkezésre álló sávszélesség nagy részének jelzési célokra történő felhasználásával) nyilvánvalóan ez az előny egyre inkább eltűnik.

Ugyanis,

- $\lim_{t_{i+1}-t_i \to 0} P\left(R_{OSPF} = \widetilde{R}\right) = 1$, hiszen valószínűségi modell során használt eloszlások tartója egyre inkább a t_i értékre koncentrálódik, azaz

$P(\delta_{(u,v)} = t_i^{(u,v)}) \approx 1$. Azaz ezen modellek alapján történő útvonalválasztás $t_i^{(u,v)}$ linkmértékek szerinti SPR feladattá redukálódik (OSPF, PNNI).

- $\lim_{t_{i+1}-t_i \to 0} P\left(\hat{R} = R_{OSPF}\right) = 1$, hiszen a Chernoff egyenlőtlenség alkalmazása esetében az OSPF, PNNI algoritmus által szolgáltatott megoldáshoz való konvergencia analitikusan a következő módon fejezhető ki

$$\widetilde{R}: \min_R \sum_{(u,v)\in R} \lim_{t_{i+1}^{(u,v)}-t_i^{(u,v)} \to 0} \mu_{(u,v)}(s) = \min_R \sum_{(u,v)\in R} \lim_{t_{i+1}^{(u,v)}-t_i^{(u,v)} \to 0} \log E e^{s\delta(u,v)} =$$

$$= \min_R \sum_{(u,v)\in R} \lim_{t_{i+1}^{(u,v)}-t_i^{(u,v)} \to 0} \log\left[\sum_{j=0}^{2M+1} p_j \exp\left\{s\left(t_i^{(u,v)} + j\frac{t_{i+1}^{(u,v)} - t_i^{(u,v)}}{2M}\right)\right\}\right] =$$

$$= \min_R \sum_{(u,v)\in R} \lim_{t_{i+1}^{(u,v)}-t_i^{(u,v)} \to 0} \log\left[e^{st_i^{(u,v)}} \sum_{j=0}^{2M+1} p_j \exp\left\{js\frac{t_{i+1}^{(u,v)} - t_i^{(u,v)}}{2M}\right\}\right]$$

azaz

$$\widetilde{R}: \min_R \sum_{(u,v)\in R} \left\{st_i^{(u,v)} + \lim_{t_{i+1}^{(u,v)}-t_i^{(u,v)} \to 0} \log\left[\sum_{j=0}^{2M+1} p_j \exp\left\{js\frac{t_{i+1}^{(u,v)} - t_i^{(u,v)}}{2M}\right\}\right]\right\} =$$

$$= \min_R \sum_{(u,v)\in R} st_i^{(u,v)} = \min_R \sum_{(u,v)\in R} t_i^{(u,v)} \quad \forall s > 0$$

A rácshálózat felbontását egyre inkább finomítva a valószínűségi modellek ($\hat{R}$), az OSPF vagy PNNI által szolgáltatott útvonalak (R_{OSPF}) egyre gyakrabban egyeznek meg az optimális útvonallal ($\widetilde{R}$).

6 Konklúziók

A cikkben egy új útvonal-választási algoritmust mutattunk be, amely figyelembe veszi az útvonal-választási feladat technológiai okokból származó valószínűségi tulajdonságait. Az algoritmus képes az additív metrika esetén keletkező NP nehéz probléma optimális megoldásának jó minőségű approximációjára. Az eredeti probléma SPR feladattá konvertálása által az útvonalválasztást gyorsabban képes elvégezni. A napjainkban kidolgozott útvonal-választási algoritmusokkal [6,7,9,10] szembeni hátránya, hogy nem képes elosztott módon működni, többszörös útvonalak keresésére. A működés jellegéből adódóan szükséges még a valószínűségi modell által megkívánt linkenkénti eloszlások kezelése, vagy legalább arra vonatkozó a priori információk begyűjtése, amely további kutatásaink tárgya.

Referenciák

[1] Cherukuri, R., Dykeman, D.: "PNNI draft specification", *ATM Forum* 94-0471, November 1995.

[2] Lorenz, D., Orda, A.: "QoS routing in networks with uncertain parameters", *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 6., December 1998, pp. 768-778.

[3] Levendovszky, J., Rétvári, G., Dávid, T., Fancsali, A., Végső, Cs.: "QoS routing in packet switched networks - novel algorithms for routing with incomplete information", *Proceedings of 9th IFIP Working Conference on Performance Modelling and Evaluation of ATM & IP Networks*, Budapest, Hungary, pp. 249-260, 27-29 June, 2001.

[4] Lee, W.: "Spanning tree methods for link state aggregation in large communication networks", *Proc. INFOCOM*, Boston, MA, April 1995.

[5] Guérin, R., Orda, A.: “QoS routing in networks with inaccurate information: theory and algorithms“, *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 7., June 1999, pp. 350-364.

[6] Chen, S., Nahrstedt, K.: “Distributed QoS Routing with Imprecise State Information”, *Proceedings of 7th IEEE International Conference on Computer, Communications and Networks*, Lafayette, LA, pp. 614-621, October 1998.

[7] Chen, S., Nahrstedt, K.: “On Finding Multi-Constrained Paths”, *Proceedings of 7th IEEE International Conference on Communications*, Atalanta, GA, pp. 874-879, June 1998.

[8] Chen, S., Nahrstedt, K.: “An overview of quality of service routing for next generation high-speed networks: Problems and solutions”, *IEEE Network Magazine, Special Issue on Transmission and Distribution of Digital Video,* 12(6): 64-79, November-December 1998.

[9] Sun, Q., Langendorfer, H.: “A new distributed routing algorithm with end-to-end delay guarantee“, *IWQoS’97*, May 1997.

[10] Kelly, F. P., Williams, R. J.: “Dynamic Routing in Stochastic Networks”, *Stochastic Networks*, 71: pp. 169-186, 1995.

[11] Gallager, R. G.: “Information Theory and Reliable Communication”, *Wiley*, 1968.