

Alkalmazott optimalizálás és játékelmélet: Tételsor

- **Bevezetés a lineáris programozásba.** Lineáris programok általános formája, elnevezések, mátrix alak. Lineáris programmal modellezhető problémák általános jellemzői, változók nemnegativitása, minimalizálás és maximalizálás, standard és kanonikus alakok, áttérés a kettő közt. Termelésoptimalizálás, szállítási probléma, egy- és többtermékes folyamproblémák: általános alak és mátrixalak.
- **A lineáris programozás alapjai.** A konvex analízis alapjai: konvexitás, konvex kombináció, hipersíkok, félterek, extrém pontok, poliéderek. Konvex és konkáv függvények, a gradiens, lokális és globális optimum. A lineáris programozás alaptételei: a konvex programok lokális és globális optimumának kapcsolata (állítás és bizonyítás), a Minkowski-Weyl reprezentációs tétel (a gyenge tétel: állítás), lineáris programok megoldásai és az extrém pontok összefüggései (állítás és bizonyítás). Lineáris programok grafikus megoldása, a megengedett tartomány (korlátos, nem korlátos, üres), optimális megoldások (egyedi, alternatív, nem korlátos).
- **A szimplex algoritmus.** Alapfogalmak: bázisok, bázismegoldások, megengedett bázismegoldások, degenerált bázismegoldások, a szimplex algoritmus indítása megengedett bázismegoldásról. Lineáris program a nembázis változók terében: levezetés, elnevezések, az egyes mennyiségek értelmezése, az új alakból leolvasható információk. Új változó felvétele a bázisba és változó kiléptetése a bázisból (vázlatosan). Végződtetés: a primál szimplex algoritmus optimalitási feltétele, a szimplex algoritmus végződtetése egyedi optimumban (detekció), a szimplex algoritmus végződtetése alternatív optimális megoldásokkal (detekció, alternatív optimális megoldások kiolvasása), a szimplex algoritmus végződtetése nemkorlátos megoldással (detekció, a nemkorlátosságot okozó sugár kiolvasása). A szimplex algoritmus általános alakja (vázlatosan), komplexitás, degeneráció (cycling, illetve annak elkerülése), a szimplex tábla használata.
- **Dualitás.** Lineáris programozás optimális megoldása: a Karush-Kuhn-Tucker (KKT) feltételek (állítás). Lineáris programok duálisai: a duál felírása (csak kanonikus alakra). A primál és a duál kapcsolata: a lineáris programozás dualitásának gyenge tétele (állítás és bizonyítás), erős tétel (állítás), Farkas lemmája (állítás). A duál szimplex algoritmus: primál- és duál megengedett, illetve primál- és duál optimális megoldások fogalma, a duál szimplex algoritmus használata szimplex táblán.
- **A szimplex algoritmus indítása és analízise.** Kezdeti bázis keresése a mesterséges változók módszerével: a mesterséges változókkal módosított lineáris program, a módosított lineáris program optimális megoldásának kapcsolata az eredeti lineáris programmal (tétel állítása és bizonyítás), a két-fázisú szimplex algoritmus. Érzékenységvizsgálat: fogalom, lineáris program megoldásának változása a célfüggvény perturbációja után (származtatás). Paramétervizsgálat (vázlatosan).
- **Nemlineáris programozás.** Nemlineáris programok általános alakja, feltételes és feltételmentes programok, konvex programok, lokális is globális minimumok kapcsolata nemkonvex tartomány és/vagy nemkonvex célfüggvény mellett, komplexitás. Optimalitási feltételek: a differenciálhatóság szerepe, a javítóirányok és megengedett javítóirányok fogalma, konvex programok optimalitása és a megengedett javítóirányok kapcsolata. Egyszerű nemlineáris programok megoldása a megengedett irányok módszerével: a szukcesszív lineáris programozás fogalma, megengedett javítóirány keresése, a lépés-köz megválasztása. Differenciálható konvex függvények tulajdonságai: folytonos konvex függvény becslése a pontbeli gradiens segítségével (állítás és bizonyítás), konvex és nemkonvex függvények szélsőértékeinek kapcsolata a gradienssel. Egyenes menti keresés: a keresési tartomány fogalma, nem-differenciálható függvények minimumának megadása dichotóm kereséssel, differenciálható függvények minimumának megadása bináris kereséssel, többdimenziós feltételmentes minimumkeresés (vázlatosan). Nemlineáris programok általános megoldása: belső és külső büntetőfüggvények, a büntetőfüggvények leggyakoribb megválasztása, a két módszer összehasonlítása (vázlatosan).