

# Statisztikus multiplexelés, sávszélesség becslés

Bíró József

# Csomag alapú hálózatok

- Forgalom típusok
  - Elasztikus
  - Stream
- Stream
  - Real time
    - Pl VoIP, élő közvetítés
  - Non-real time

# Statisztikus multiplexelés

- Multiplexelés (nyalábolás)
  - Csomag (IP) alapú hálózatokban
  - TDM rendszerekben
- VoIP folyamok, kódolt (real-time) videó folyamok
  - Késletetés
  - Csomagvesztés

# Sebesség alapú multiplexelés

- A forgalmi folyamatok (változó) sebességeinek összege (az összenyalábolt/aggregált folyamat sávszélesség igénye)  $\leftrightarrow$  átviteli kapacitás ?
- Csúcssebességek összegére méretezünk  $\rightarrow$  pazarló megoldás
- Megengedjük a csomagvesztést  $\rightarrow$  minőségromlás
- Tehát csomag alapú rendszerekben az aggregált (multiplexált) folyamat számára biztosítani kell azt a sebességet (átviteli kapacitást), amely
  - nem túlságosan pazarló (kisebb mint az aggregált folyamat csúcssebessége),
  - de biztosítja a megfelelően kicsi csomagvesztési arányt (nagyobb mint az átlagsebesség)
  - ez a kapacitás a folyamat átlagsebessége és csúcssebessége között helyezkedik el valahol

# Példa Voice over IP folyamokra

- Legyen 100 darab VoIP folyamunk, egyenként 64 kbit/s sebességgel (ilyen a kodekünk, mai modern kodekekben lényegesen alacsonyabb sebességek is előfordulhatnak, pl 5.7 kbit/s)
- Modern kodekekben van voice activity detection funkció, azaz ha a beszélő nem beszél, akkor a kodek nem bocsájt ki magából csomagokat. Ha a beszélő beszél, akkor a kodek fix időközönként fix méretű csomagokat bocsájt ki magából, ennek a kibocsájtásnak a sebessége a kodek sebessége (pl. 5.7 kbit/s)
- Az aggregált folyam csúcssebessége 6.4 Mbit/s

# Példa Voice over IP folyamokra - 2

- Az aggregált folyam csúcsebessége 6.4 Mbit/s
  - Ez a csúcsebesség ritkán fordul elő, csak akkor, ha mind a száz beszélő egyszerre beszél
  - A minimális 0 sebesség is ritkán fordul elő, csak akkor, ha a száz felhasználó közül senki nem beszél
  - A folyam sebessége az átlagsebesség körül fog ingadozni, attól függően, hogy éppen a 100 felhasználó közül hányan beszélnek
  - Az aggregált folyam átlagsebességét nem tudjuk előre, de tudjuk mérni a hálózatban

# A probléma formalizálása

- Adjunk lehetőleg felső becslést a következő eseményre: {a forgalmi folyamat sebességeinek összege meghaladja a rendelkezésre álló kapacitást}
  - Tegyük fel, hogy a forgalmi folyamatok azonos típusú (audio, vagy videó) kodekekből származnak
- Amit ismerünk
  - A forgalmi folyamatok száma
  - A folyamatok sebességeinek (azonos) felső határa
    - Voice over IP (VoIP) esetén pl. 64 kbit/s
  - Az aggregált folyam átlagos intenzitása (átlagsebessége)

# A valszám nyelvére lefordítva

- Tehát  $X_i$  jelentse az  $i$ . folyam által szállított forgalom sebességét. Legyen a kodek (audio vagy video) sebessége az egység, ekkor  $0 \leq X_i \leq 1$

- Legyen  $n$  darab folyamunk, amit összemultiplexálunk, azaz  
ahol  $X$  az aggregált folyam sebessége 
$$X = \sum_{i=1}^n X_i$$

- Amit még (pl. mérés segítségével) ismerünk, az aggregált folyam átlagsebessége, ami az  $X$  várható értéke 
$$M = E[X]$$



# A kérdés:

- Mekkora a valószínűsége, hogy  $X$  meghaladja  $C$ -t, ahol  $C$  jelenti az aggregált forgalom átvitelére rendelkezésre álló kapacitást (sávszélességet)
- Ezt a valószínűséget nem tudjuk pontosan, hiszen csak  $n$ ,  $M$ ,  $C$  paraméterek ismertek  
 $X_i$  eloszlását nem ismerjük, csak azt tudjuk, hogy  $0 \leq X_i \leq 1$
- A rendelkezésre álló információk alapján adjunk felső becslést erre a valószínűségre

$$P\{X > C\} \leq ??$$

# A módszer: egyenlőtlenségek

- Markov egyenlőtlenség  $P\{X > C\} \leq \frac{M}{C}$ 
  - Közvetlenül nem használható, nagyon pontatlan
  - Ha az  $X$  valószínűségi változót és a  $C$ -t is az  $\text{Exp}[s x]$  ( $s > 0$ , egyelőre szabad paraméter) függvényre transzformáljuk, és a transzformált mennyiségekre alkalmazzuk a Markov egyenlőtlenséget, így kapjuk meg a Chernov korlátot, ami már hasznosabb
- Chernov (Chernoff) korlát

$$P\{X > C\} = P\{e^{sX} > e^{sC}\} \leq \min_{s, s > 0} \frac{E[e^{sX}]}{e^{sC}}$$

# Csernov korlát

- Ez a korlát sem használható még közvetlenül, mert az  $E[e^{sX}]$  függvény meghatározásához az  $X$  eloszlását kellene pontosan ismerni.
- Tehát a következő részfeladat: adjunk a rendelkezésre álló információk alapján felső becslést az  $E[e^{sX}]$  függvényre. Az órán levezettük, hogy a felső becslés az alábbi

$$E[e^{sX}] \leq \left(1 - \frac{M}{n} + \frac{M}{n}e^s\right)^n$$

# Csernov korlát - 2

- Az  $E[e^{sX}]$  becslése alapján a Csernov korlát felső becslése már kiszámolható, ehhez csak az  $s$  szerinti minimumot kell meghatározni, amely egyszerű deriválással megkapható, azaz

$$P\{X > C\} = P\{e^{sX} > e^{sC}\} \leq \min_{s, s>0} \frac{E[e^{sX}]}{e^{sC}} \leq \left(\frac{M}{C}\right)^C \left(\frac{n-M}{n-C}\right)^{n-C}$$

- Tehát megvan a felső becslésünk a csomagvesztés valószínűségére, amely csak a rendelkezésre álló információkat használja

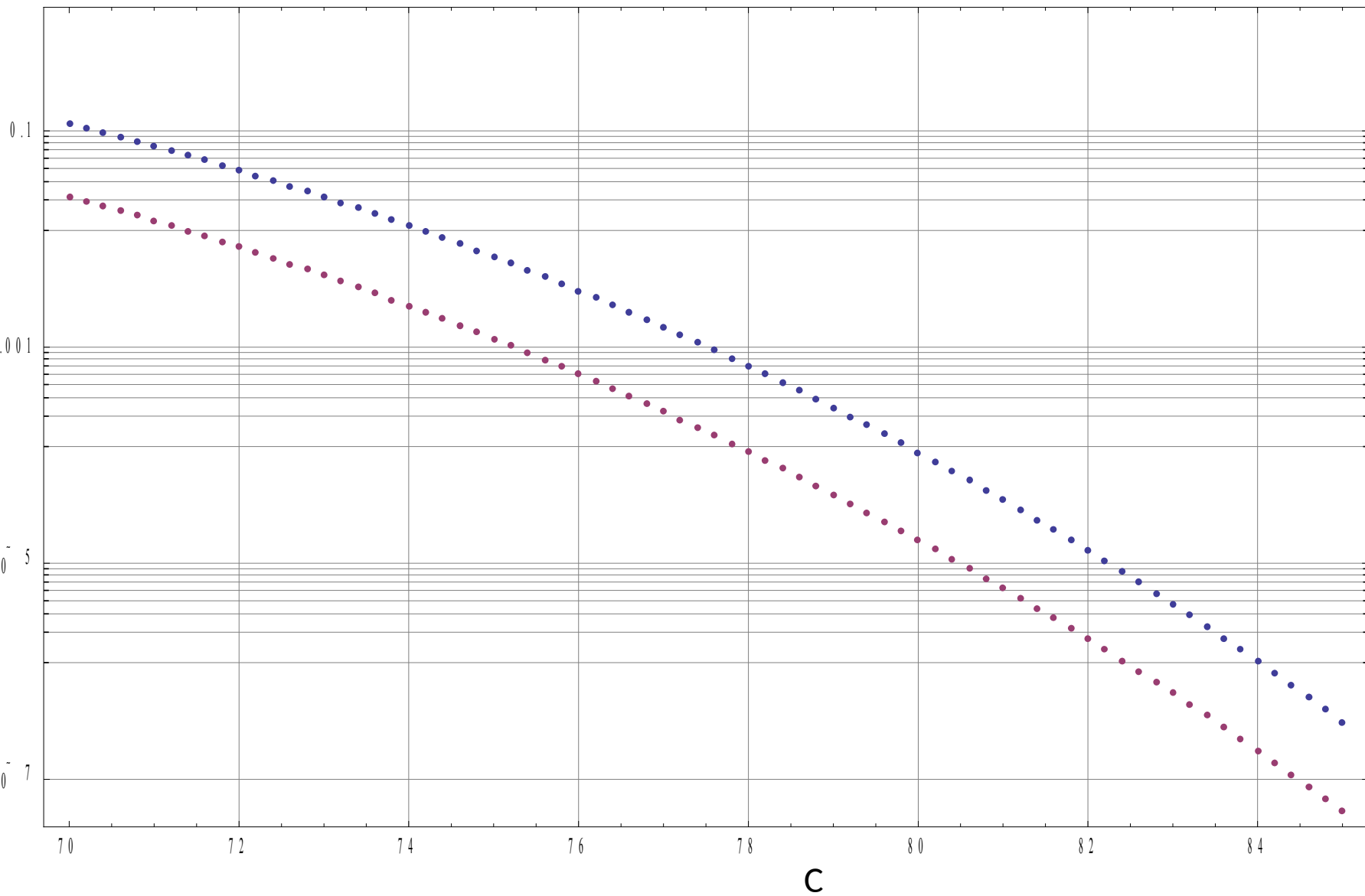
# Hoeffding korlát

- Ezt a felső becslést Hoeffding vezette, ezért Hoeffding korlátnak szokás nevezni

$$P\{X > C\} \leq \left(\frac{M}{C}\right)^C \left(\frac{n-M}{n-C}\right)^{n-C}$$

- A fenti formulában tehát  $M$  az aggregált folyam átlagsebessége,  $C$  az átviteli kapacitás (mindkettőt a kodeksebségben, mint egységben mérve),  $n$  pedig a folyamatok száma az aggregátumban

# N=100, M=60



# Szám példa

- Legyen 1000 felhasználóhoz tartozó 1000 darab VoIP folyamunk, egyenként 5.7 kbit/s sebességgel
- Tegyük fel, hogy átlagosan a felhasználók 60%-a aktív (beszél)
- Az átviteli kapacitás legyen  $C = 650$  [x 5.7 kbit/s]
- Kérdések:
  - Mekkora  $M$ , az aggregált folyam átlagsebessége ?
  - Mekkora a Hoeffding korlát által számítható felső becslés a csomagvesztés valószínűségére ?

# Szám példa

- Megoldás:
  - $M = 0.6 \times 1000 = 600$  [x 5.7 kbit/s]
  - Behelyettesítve Hoeffding képletébe:

$$\left(\frac{600}{650}\right)^{650} \times \left(\frac{1000 - 600}{1000 - 650}\right)^{1000 - 650} = 0.00503$$

Megjegyzés: 0.005 csomagvesztési arány VoIP forgalom számára elfogadható